

СПЕЦИФИКАЦИЯ
диагностической работы по математике
для 9 классов общеобразовательных организаций г. Москвы

3 октября 2018 г.

1. Назначение работы — оценить уровень общеобразовательной подготовки по математике обучающихся 9 классов общеобразовательных организаций в целях диагностики их готовности к основному государственному экзамену по математике.

2. Документы, определяющие содержание диагностической работы

Содержание и основные характеристики диагностических материалов определяются на основе следующих документов:

– Федеральный компонент государственного стандарта основного общего образования по математике (приказ Минобрнауки России от 05.03.2004 № 1089 «Об утверждении федерального компонента государственных образовательных стандартов начального, общего, основного общего и среднего (полного) общего образования»).

– О сертификации качества педагогических тестовых материалов (Приказ Минобрнауки и науки РФ от 17.04.2000 г. № 1122).

3. Подходы к отбору содержания, разработке структуры работы

Содержание работы соответствует требованиям ФкГОС и примерных основных образовательных программ.

4. Характеристика структуры и содержания работы

Работа состоит из двух частей, различающихся по виду ответа и уровню сложности.

Всего в работе 16 заданий, из которых 13 заданий базового уровня (Часть I) и 3 задания повышенного уровня (Часть II).

При проверке базовой математической компетентности обучающиеся должны продемонстрировать: владение основными алгоритмами; знание и понимание ключевых элементов содержания (математических понятий, их свойств, приёмов решения задач и проч.); умение пользоваться математической записью, применять знания к решению математических задач, не сводящихся к прямому применению алгоритма, а также применять математические знания в простейших практических ситуациях.

Часть 2 направлена на проверку владения материалом на повышенном уровне.

Таблица 1. Распределение заданий по частям работы

№	Часть работы	Тип заданий	Количество заданий	Максимальный первичный балл
1	Часть 1	С кратким ответом в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа	2	2
2	Часть 1	С кратким ответом в виде числа, последовательности цифр	11	11
3	Часть 2	С развернутым ответом	3	6
Итого			16	19

5. Распределение заданий работы по содержанию, проверяемым умениям и способам деятельности

Распределение заданий по разделам содержания приведено в таблице 2.

Таблица 2. Распределение заданий по КЭС

Часть	Код по КЭС	Название раздела содержания	Количество заданий
1	1	Числа и вычисления	3
1	2	Алгебраические выражения	1
1	3	Уравнения и неравенства	2
1	5	Функции и графики	2
1	8	Статистика и теория вероятностей	1
2	3	Уравнения и неравенства	2
1	7	Геометрия	4
2	7	Геометрия	1

Коды КЭС (в таблице 2) и КТ (в таблице 3) указываются в соответствии с кодификаторами, представленными на сайте Федерального института педагогических измерений.

Ориентировочная доля заданий, относящихся к каждому из разделов кодификатора требований, представлена в таблице 3.

Таблица 3. Распределение заданий по КТ

Часть	Код по КТ	Название требования	Количество заданий ¹
1	1	Уметь выполнять вычисления и преобразования	3
1	2	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений	2
1	3	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	1
1	4	Уметь строить и читать графики функций	2
2	3	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	2
2	7	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	1
1	5	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	3
1	7.8	Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения	1
2	5	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	1
2	7.8	Уметь проводить доказательные рассуждения при решении задач	1

6. Распределение заданий работы по уровням сложности

В таблице 4 приведено распределение заданий работы по уровням сложности.

Таблица 4. Распределение заданий по уровням сложности

Уровень сложности заданий	Количество заданий	Максимальный первичный балл
Базовый	13	13
Повышенный	3	6
Итого	16	19

7. Продолжительность работы

На выполнение работы отводится 90 минут.

8. Дополнительные материалы и оборудование

Участникам разрешается использовать справочные материалы, выдаваемые вместе с работой (материалы скачиваются из личного кабинета ОО и тиражируются на каждого обучающегося). Разрешается использовать линейку. Калькуляторы не используются.

9. Система оценивания выполнения отдельных заданий и работы в целом

За правильный ответ на задания 1–13 ставится 1 балл. Максимальный балл за ответы на задания 14–16 равен 2, ответы оцениваются в соответствии с представленными критериями.

Максимальный балл за выполнение всей работы — 19.

В **Приложении 1** представлен обобщённый план варианта диагностической работы.

В **Приложении 2** представлен демонстрационный вариант работы.

¹ Каждое задание может относиться более чем к одному разделу кодификатора требований.

Приложение 1

Обобщенный план варианта
диагностической работы по МАТЕМАТИКЕ

№ п/п	Основные проверяемые требования к математической подготовке
Часть I	
1	Уметь выполнять вычисления и преобразования
2	Уметь выполнять вычисления и преобразования
3	Уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь выполнять преобразования алгебраических выражений
4	Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами; интерпретировать графики реальных зависимостей
5	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы
6	Решать несложные практические расчетные задачи; решать задачи, связанные с отношением, пропорциональностью величин, дробями, процентами; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах; интерпретировать результаты решения задач с учётом ограничений, связанных с реальными свойствами рассматриваемых объектов
7	Решать практические задачи, требующие систематического перебора вариантов; сравнивать шансы наступления случайных событий, оценивать вероятности случайного события, сопоставлять и исследовать модели реальной ситуацией с использованием аппарата вероятности и статистики
8	Уметь строить и читать графики функций
9	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений
10	Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения
11	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами
12	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами
13	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами
Часть II	
14	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы
15	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы, строить и исследовать простейшие математические модели
16	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами, проводить доказательные рассуждения при решении задач

Демонстрационный вариант диагностической работы по математике

9 класс

Ответами к заданиям 1–13 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует записать в бланк тестирования справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения записывать в бланк не следует.

Часть 1

1 Найдите значение выражения 1: $\left(\frac{1}{30} + \frac{1}{42}\right)$.

Ответ: _____.

2 Какое из данных чисел принадлежит промежутку $[6; 7]$?

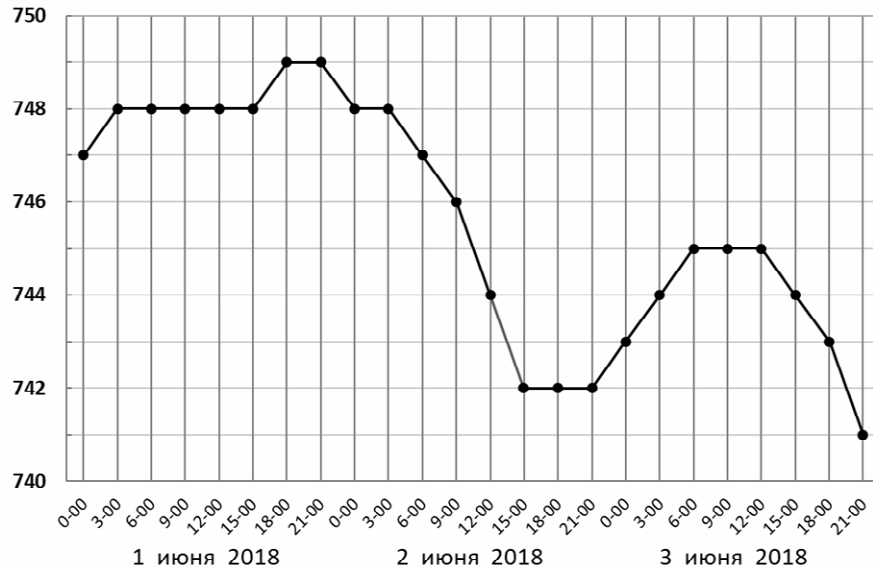
1) $\sqrt{6}$ 2) $\sqrt{7}$ 3) $\sqrt{40}$ 4) $\sqrt{51}$

Ответ:

3 Найдите значение выражения $\frac{4^3}{2^7}$.

Ответ: _____.

- 4 На диаграмме показано изменение атмосферного давления в Казани с 1 по 3 июня 2018 года. По горизонтали указано время, по вертикали — атмосферное давление в миллиметрах ртутного столба.



Определите по рисунку наибольшее атмосферное давление в Казани 3 июня 2018 года. Ответ дайте в миллиметрах ртутного столба.

Ответ: _____.

- 5 Решите уравнение $(x-2)(2x+5)=0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

- 6 Товар на распродаже уценили на 20%, при этом он стал стоить 760 рублей. Сколько рублей стоил товар до распродажи?

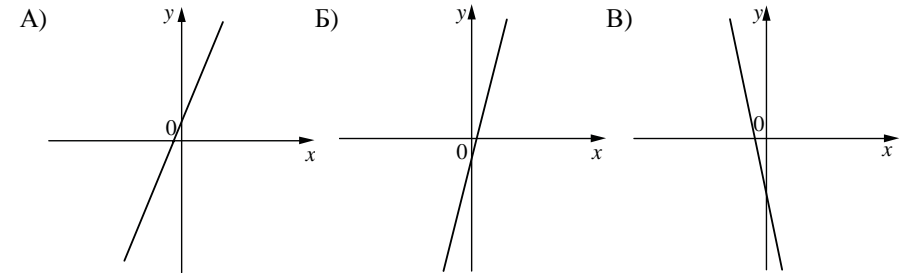
Ответ: _____.

- 7 В пенале у Ани 8 ручек: три синих, две чёрных, две красных и одна зелёная. Аня наугад вынимает из пенала ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка окажется чёрной.

Ответ: _____.

- 8 На рисунках изображены графики функций вида $y=kx+b$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов k и b .

ГРАФИКИ



КОЭФФИЦИЕНТЫ

- 1) $k > 0, b < 0$ 2) $k < 0, b < 0$ 3) $k > 0, b > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

- 9 Найдите значение выражения $\frac{7b}{a-b} \cdot \frac{a^2-ab}{14b}$ при $a=-13, b=1,7$.

Ответ: _____.

- 10 Какие из следующих утверждений верны?

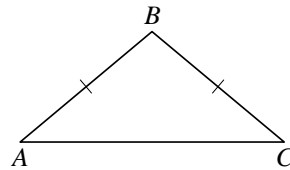
- 1) Длина гипотенузы прямоугольного треугольника меньше суммы длин его катетов.
- 2) Две прямые, параллельные третьей прямой, перпендикулярны друг другу.
- 3) Если точка лежит на биссектрисе угла, то она равноудалена от сторон этого угла.
- 4) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести только одну прямую.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

11

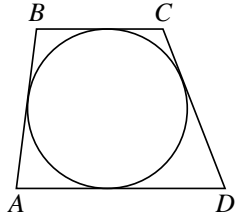
В треугольнике ABC известно, что $AB = BC$, $\angle ABC = 112^\circ$. Найдите угол BCA . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

12

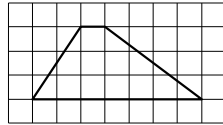
Трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC описана около окружности, $AB = 13$, $BC = 12$, $CD = 16$. Найдите AD .



Ответ: _____.

13

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите длину её средней линии.



Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 14–16 запишите подробное решение на обороте бланка тестирования, предварительно указав номер задания.

14

Решите уравнение $\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} - 3 = 0$.

15

На изготовление 475 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 550 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей за час делает первый рабочий?

16

Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F . Найдите AB , если $AF = 24$, $BF = 10$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк тестирования!

Система оценивания диагностической работы по математике

За правильный ответ на задания 1–13 ставится 1 балл.

Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
1	17,5
2	3
3	0,5
4	745
5	-2,5
6	950
7	0,25
8	312
9	-6,5
10	13 или 31
11	34
12	17
13	4

Решения и критерии оценивания заданий части 2

14

Решите уравнение $\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} - 3 = 0$.

Решение.

Пусть $t = \frac{1}{x}$, причем $x \neq 0$, тогда уравнение принимает вид:

$$t^2 + 2t - 3 = 0,$$

откуда $t = -3$ или $t = 1$.

Уравнение $\frac{1}{x} = -3$ имеет корень $-\frac{1}{3}$.

Уравнение $\frac{1}{x} = 1$ имеет корень 1.

Таким образом, исходного уравнения уравнения: $x = -\frac{1}{3}$ и $x = 1$.

Ответ: $-\frac{1}{3}; 1$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- 15 На изготовление 475 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 550 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей за час делает первый рабочий?

Решение.

Пусть первый рабочий за час делает x деталей, тогда второй рабочий за час делает $x - 3$ деталей, получаем, что $x > 3$ и

$$\frac{550}{x-3} - \frac{475}{x} = 6;$$

$$\begin{cases} 550x - 475x + 1425 = 6x^2 - 18x, \\ x > 3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 31x - 475 = 0, \\ x > 3, \end{cases}$$

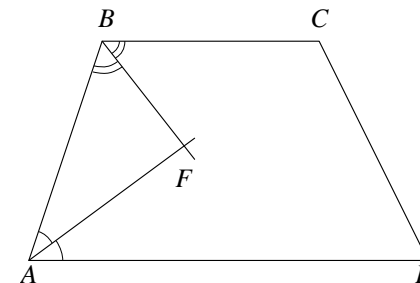
откуда $x = 25$.

Ответ: 25 деталей.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

- 16 Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F . Найдите AB , если $AF = 24$, $BF = 10$.

Решение.



Сумма углов, прилежащих к боковой стороне трапеции, равна 180° , значит,

$$\angle ABF + \angle BAF = \frac{1}{2} \angle ABC + \frac{1}{2} \angle BAD = \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle BAD) = 90^\circ.$$

Получаем, что треугольник ABF прямоугольный с прямым углом F .

По теореме Пифагора находим AB :

$$AB = \sqrt{AF^2 + BF^2} = \sqrt{24^2 + 10^2} = 26.$$

Ответ: 26.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2